نام و نام خانوادگی :

عنوان آزمون : هندسه یازدهم- ترم اول

پایه تحصیلی :

زمان آزمون : ۶۰ دقیقه

نام دبیر : آقای حاجیلو

تاریخ برگزاری ۱۳۹۹/۱۰/۱۶

۱) دو خط متقاطع مفروض، به چند طریق می‌توانند بازتاب یکدیگر باشند؟

۱) ۱ ‏ ‏ ۲) ۲ ‏ ‏ ۳) ۳ ‏ ‏ ۴) ۴

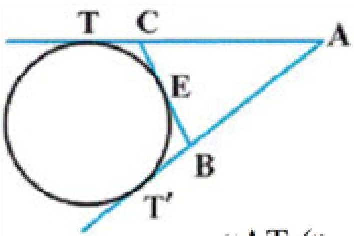
۲) نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر 'A و 'B به‌ترتیب تصویرهای A و B تحت بازتاب نسبت به خط d باشند، در مورد چهارضلعی 'ABB'A کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟

۱) قطرهای آن با هم برابرند.
۲) زوایای مجاور آن با هم برابر یا مکمل‌اند.
۳) قطرهای آن منصف هم‌دیگر هستند.
۴) محاطی است.

۳) از نقطه‌ای که کمترین فاصله آن تا دایره‌ای به شعاع ۴/۵، برابر ۳ می‌باشد، مماسی رسم کرده‌ایم. طول مماس کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۳}$ ‏ ‏ ۲) ۶ ‏ ‏ ۳) $۶\sqrt{۲}$ ‏ ‏ ۴) $۶\sqrt{۳}$

۴) از نقطهٔ ثابت A دو مماس AT و 'AT بر دایره‌ای ثابت رسم شده‌اند و پاره‌خط متغیر BC بر دایره مماس است، به‌طوری که نقطهٔ B همواره روی 'AT و نقطهٔ C همواره روی AT قرار دارد. محیط مثلث ABC کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}AT$ ‏ ‏ ۲) AT ‏ ‏ ۳) $\frac{۳}{۲}AT$ ‏ ‏ ۴) ۲AT

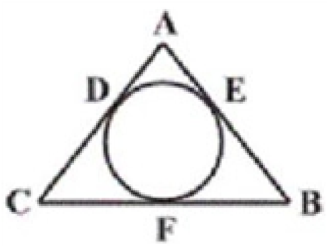
۵) یک مربع به ضلع ۶ سانتی‌متر را در انتقالی که بردار آن ابتدایش یک رأس مربع و انتهایش مرکز مربع است، تصویر می‌کنیم. مساحت ناحیه‌ی مشترک بین مربع و تصویرش کدام است؟

۱) ۴ ‏ ‏ ۲) ۶ ‏ ‏ ۳) ۳ ‏ ‏ ۴) ۹

۶) نقطه‌های $A(۱\,,\,۳)$ و $B(۲\,,\,۵)$ مفروض‌اند و نقطه‌ی متغیر M روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم $(y = x)$ قرار دارد. کم‌ترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۷}$ ‏ ‏ ۲) ۴ ‏ ‏ ۳) $\sqrt{۱۷}$ ‏ ‏ ۴) ۵

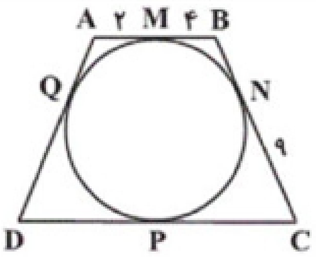
۷) مطابق شکل زیر دایرهٔ محاطی مثلث متساوی‌الساقین $ABC\,(AB = AC)$ در نقاط D، E و F بر اضلاع این مثلث مماس است. اگر $AE = ۲$ و $CF = ۸$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



۱) $\frac{۱۶}{۳}$ ‏ ‏ ۲) $\frac{۸}{۳}$

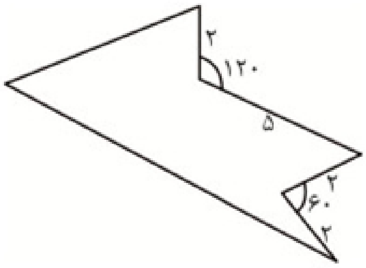
۳) $\frac{۴}{۳}$ ‏ ‏ ۴) $\frac{۱۴}{۳}$

۸) ذوزنقهٔ ABCD محیطی است، طول DQ کدام است؟



۱) ۱۸
۲) ۱۶
۳) ۱۲
۴) ۲۴

۹) در شکل زیر دور زمین‌ها حصارکشی شده است. اگر بخواهیم بدون تغییر اندازه حصارها و تعداد و طول ضلع‌ها، مساحت را افزایش دهیم، مساحت حداکثر چقدر افزایش می‌یابد؟

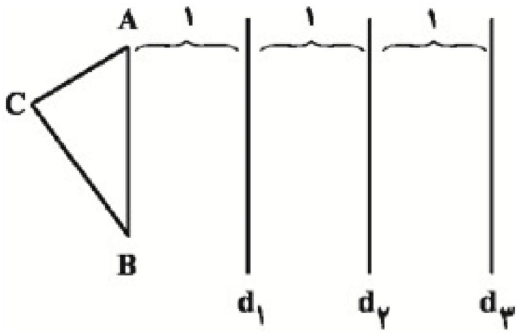


۱) $۷\sqrt{۳}$
۲) $۶\sqrt{۳}$
۳) $۳\sqrt{۳}$
۴) ۷

۱۰) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ، $\hat{A} = ۹۰^\circ$، $AB = ۳$ و $AC = ۴$. دو دایره به قطرهای AB و AC رسم می‌کنیم، اندازه‌ی وتر مشترک این دو دایره کدام است؟

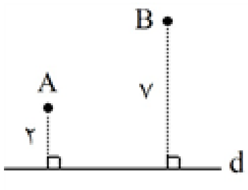
۱) ۲/۶ ۲) ۲/۸ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۳

۱۱) مطابق شکل با فرض موازی بودن خطوط $d_۱$، $d_۲$ و $d_۳$، مثلث ABC را ابتدا نسبت به $d_۳$ بازتاب داده تا $A'B'C'$ حاصل شود. سپس $A'B'C'$ را نسبت به $d_۲$ بازتاب می‌دهیم تا $A''B''C''$ حاصل شود و در نهایت $A''B''C''$ را نسبت به $d_۱$ بازتاب می‌دهیم، تا $A'''B'''C'''$ حاصل شود. اگر فاصلهٔ رأس A تا خط $d_۱$ برابر ۱ باشد، آنگاه طول AA'' کدام است؟



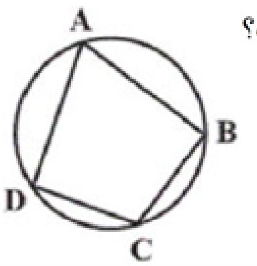
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲) مطابق شکل اگر کوتاه‌ترین مسیر AMB (M روی خط d قرار دارد) برابر با ۱۵ باشد، طول پاره‌خط AB کدام است؟



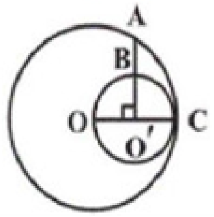
۱) ۱۲ ۲) ۱۳
۳) ۱۰ ۴) ۹

۱۳) در شکل زیر $\hat{C} = ۲\hat{A}$، $AB = AD = ۳$ و $BC = CD$ است. شعاع دایره کدام است؟



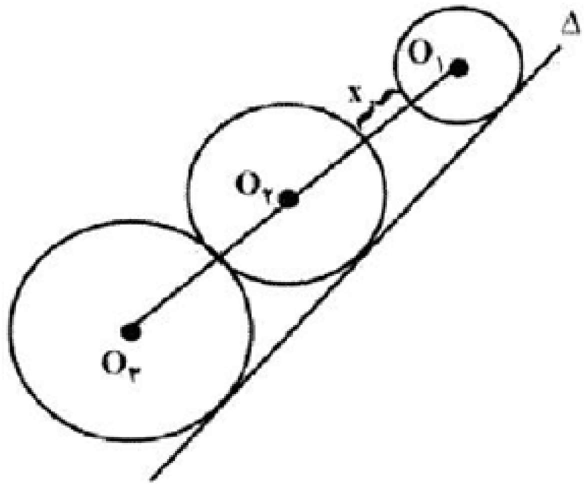
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$
۳) ۱ ۴) ۲

۱۴ در شکل زیر نقاط O و O' به‌ترتیب مراکز دایره‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر هستند. اگر AO' عمود بر OC و $AB = \sqrt{۳} + ۱$ باشد شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر کدام است؟



۱) $۲ + \sqrt{۳}$
۲) $۴ + \sqrt{۳}$
۳) $۲ + ۲\sqrt{۳}$
۴) $۴ + ۲\sqrt{۳}$

۱۵ در شکل زیر، شعاع دایره‌های به مرکز $O_۱$, $O_۲$ و $O_۳$ به ترتیب R و ۲R و ۳R بوده و دایره‌های به مرکز $O_۲$ و $O_۳$ بر هم و هر سه دایره بر خط Δ مماس‌اند. اگر مرکز هر سه دایره روی یک خط واقع باشند، مقدار x کدام است؟

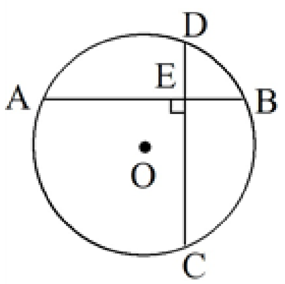


۱) $\frac{R}{۲}$
۲) R
۳) $\frac{۳}{۲}R$
۴) ۲R

۱۶ مربع ABCD درون یک دایره به شعاع واحد محاط شده است. از نقطه O مرکز دایره به نقطه‌ی M وسط ضلع AB وصل می‌کنیم و آن‌را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطه‌ی P قطع کند. طول AP چه‌قدر است؟

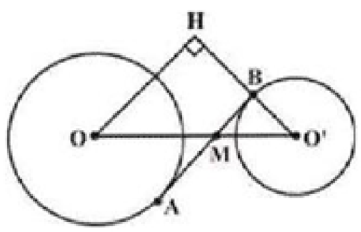
۱) $\sqrt{۱ + \sqrt{۲}}$
۲) $\sqrt{\sqrt{۲} - ۱}$
۳) $\sqrt{۲ + \sqrt{۲}}$
۴) $\sqrt{۲ - \sqrt{۲}}$

۱۷ اگر وترهای AB و CD در نقطه‌ی E بر یک‌دیگر عمود باشند، با توجه به شکل مساحت دایره برابر است با: $(AE = ۱۲, CE = ۶, ED = ۴)$



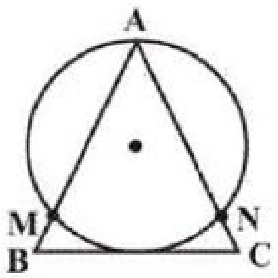
۱) ۵۰π
۲) ۴۵π
۳) ۴۰π
۴) ۳۵π

۱۸ در شکل زیر، $OH = ۳$ و $O'H = ۴$ و AB مماس مشترک داخلی دو دایره است و $AB \parallel OH$. اگر اندازه‌ی پاره‌خط AM برابر $\frac{۱۵}{۸}$ باشد، آن‌گاه شعاع دایره‌ی کوچک‌تر کدام است؟



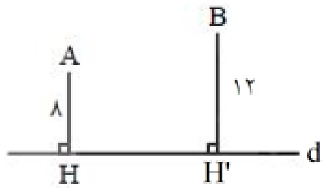
۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) ۱
۴) $\frac{۵}{۸}$

۱۹ در شکل روبه‌رو، مثلث ABC متساوی‌الساقین است $(AB = AC)$ و ضلع BC به طول ۱۰ بر دایره مماس است. اگر طول ارتفاع وارد بر قاعده‌ی BC برابر ۱۰ و شعاع دایره برابر ۵ باشد، طول پاره‌خط MN کدام است؟



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۱۰

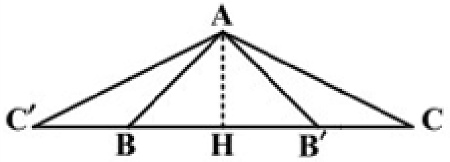
۲۰ با توجه به شکل، فواصل نقاط A و B از خط d به‌ترتیب ۸ و ۱۲ و فاصلهٔ H و 'H برابر ۱۵ است. نقطه‌ای مانند M روی d که $MA + MB$ کم‌ترین مقدار خود را دارد، در نظر بگیرید. MA کدام است؟



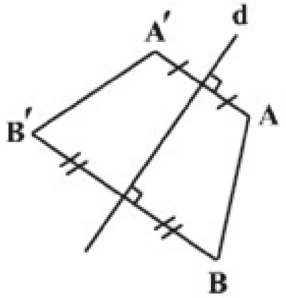
۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) $\frac{\sqrt{۴۸۱}}{۲}$

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دو خط متقاطع نسبت به نیمسازهای دو زاویه مجانب خود بازتاب یکدیگرند پس به ۲ طریق گزینه ۲ درست است.



۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

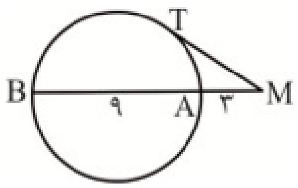


$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}AA' \perp d \\ BB' \perp d\end{array}\right\} \Rightarrow AA' \parallel BB' \\ \text{(بازتاب طولپا است)}\ AB = A'B'\end{array}\right\} \Rightarrow$$

چهارضلعی $ABB'A'$ ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین است.

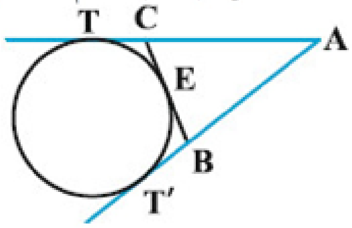
ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین محاطی است (گزینه‌ی ۴). از طرفی در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین قطرها با هم برابرند (گزینه‌ی ۱) و زوایای مجاور به قاعده برابر و زوایای مجاور به ساق مکمل هم‌دیگر هستند (گزینه‌ی ۲). گزینه‌ی ۳ تنها در صورتی درست است که $AB \parallel d$ باشد که در این حالت چهارضلعی $ABB'A'$ مستطیل خواهد بود.

۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$MT^{۲} = MA \times MB = ۳(۳ + ۹) = ۳۶ \Rightarrow MT = ۶$$

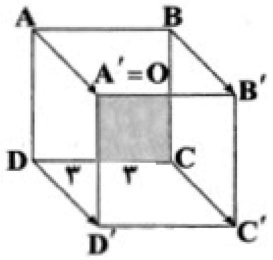
۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون از نقطهٔ A دو مماس بر دایره رسم شده، پس $AT = AT'$ و داریم:



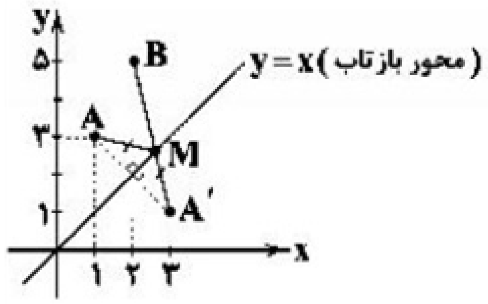
$$\begin{cases} BE = BT' \\ CE = CT \end{cases}$$

$$\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC = AB + BE + CE + AC$$
$$= AB + BT' + CT + AC = AT' + AT = ۲AT$$

۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، O مرکز مربع ABCD است. این مربع را تحت انتقال با $\overrightarrow{AO}$ تصویر می‌کنیم. مربع $A'B'C'D'$ به دست می‌آید. ناحیه‌ی مشترک بین این دو مربع، به ضلع ۳ سانتی‌متر است که مساحت آن برابر ۹ می‌باشد.



۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر خط $y = x$ را محور بازتاب درنظر بگیریم، آن‌گاه مطلوب مسئله، یافتن کوتاه‌ترین مسیر است که برای یافتن آن به کمک روش هرون، ابتدا قرینه‌ی نقطه‌ی A را نسبت به خط $y = x$ می‌یابیم که برابر است با $A'(۳ , ۱)$، حال فاصله‌ی $A'B$ همان طول کوتاه‌ترین مسیر است.



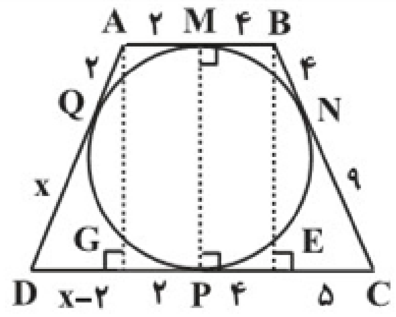
$$MA + MB = MA' + MB = A'B$$
$$= \sqrt{(۲ - ۳)^۲ + (۵ - ۱)^۲} = \sqrt{۱۷}$$

۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مماس‌های رسم شده بر یک دایره از نقطه‌ای خارج آن دایره با هم برابرند، بنابراین $AD = ۲$ و $CD = ۸$. از آن‌جایی که مثلث متساوی‌الساقین است، پس $EB = ۸$ و در نتیجه $FB = ۸$ است. با توجه به برابری BF و CF، AF میانهٔ وارد بر قاعده است. از طرفی می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین میانهٔ وارد بر قاعده، ارتفاع هم می‌باشد. بنابراین AF ارتفاع وارد بر BC است.

$$AF^۲ + FB^۲ = AB^۲ \Rightarrow AF^۲ + ۶۴ = ۱۰۰ \Rightarrow AF = ۶$$

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow \begin{cases} P = \dfrac{۱۰ + ۱۰ + ۱۶}{۲} = ۱۸ \\ S = \dfrac{AF \times BC}{۲} = \dfrac{۶ \times ۱۶}{۲} = ۴۸ \end{cases} \Rightarrow r = \frac{۴}{۱۸} = \frac{۸}{۳}$$

۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مماس‌های رسم شده بر یک دایره از نقطه‌ای بیرون آن دایره با هم مساوی‌اند. بنابراین با فرض $DQ = x$ داریم:



$$DP = x\ ,\ PC = ۹\ ,\ AQ = ۲\ ,\ BN = ۴$$

از B و A عمودهای BE و AG را بر CD رسم می‌کنیم.

$$DG = x - ۲\ ,\ GP = ۲\ ,\ PE = ۴\ ,\ EC = ۵$$

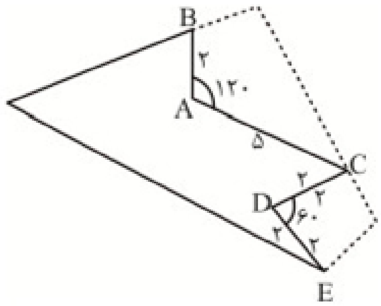
$$\overset{\triangle}{BEC}:\ BE^۲ + EC^۲ = BC^۲ \Rightarrow BE^۲ + ۲۵ = ۱۶۹$$

$$\Rightarrow BE^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow BE = ۱۲ \Rightarrow AG = MP = BE = ۱۲$$

$$\overset{\triangle}{AGD}:\ AG^۲ + DG^۲ = AD^۲ \Rightarrow ۱۴۴ + (x - ۲)^۲ = (x + ۲)^۲$$

$$\Rightarrow ۱۴۴ + x^۲ - ۴x + ۴ = x^۲ + ۴x + ۴ \Rightarrow ۱۴۴ = ۸x \Rightarrow x = ۱۸$$

۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

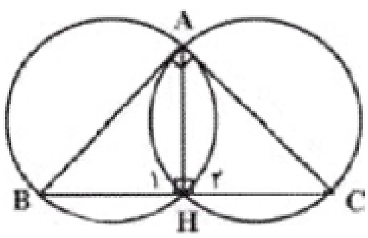


به کمک بازتاب مساحت قسمت‌های فرو رفته را افزایش می‌دهیم بنابراین به اندازه دو برابر مجموع مساحت دو مثلث $\overset{\frown}{ABC}$ و $\overset{\frown}{CDE}$ به مساحت افزوده می‌شود.

$$\text{مساحت افزایش‌یافته} = ۲\left(S_{ABC} + S_{CDE}\right)$$

$$= ۲\left(\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵ \times \sin ۱۲۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲ \times \sin ۶۰\right) = ۵\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۷\sqrt{۳}$$

۱۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $A\hat{H}B$ و $A\hat{H}C$ زوایای محاطی روبه‌رو به قطر هستند، پس برابر با ۹۰ درجه می‌باشند. لذا C، H و B روی یک خط راست قرار دارند و AH ارتفاع وارد بر وتر است.

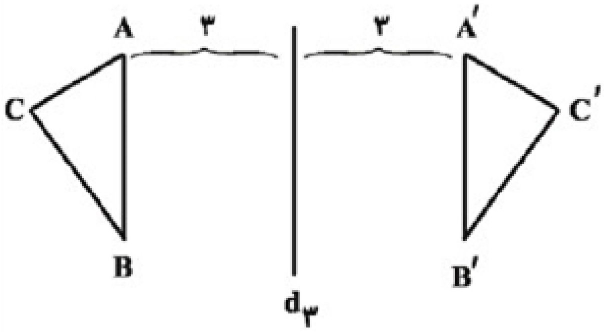


$$BC = \sqrt{AB^۲ + AC^۲} = \sqrt{۹ + ۱۶} = ۵$$

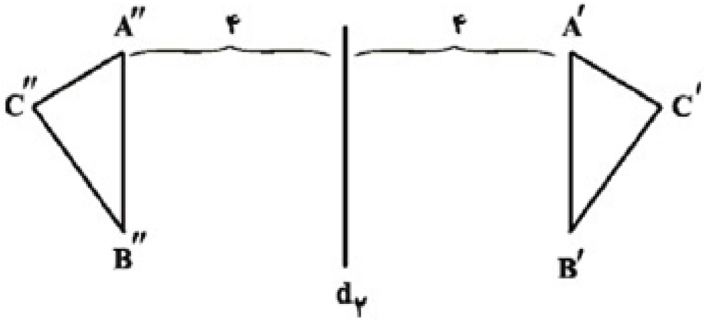
$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AB \times AC = \frac{۱}{۲} AH \times BC$$

$$\frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴ = \frac{۱}{۲} \times AH \times ۵ \Rightarrow AH = \frac{۱۲}{۵} = ۲/۴$$

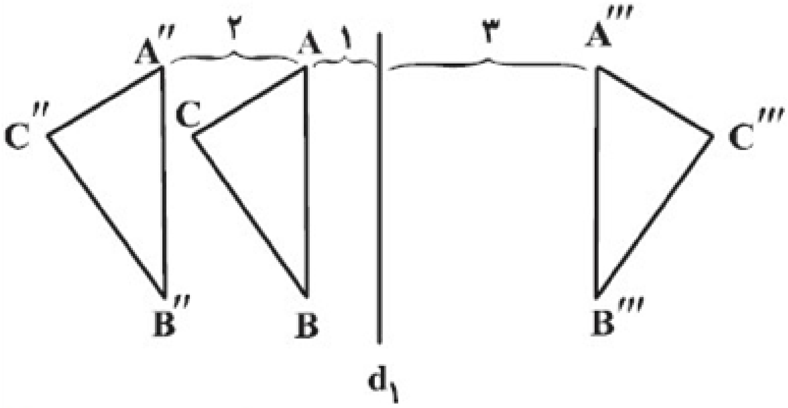
۱۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنا به تعریف بازتاب داریم:



(بازتاب نسبت به d_3)



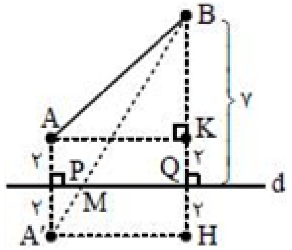
(بازتاب نسبت به d_2)



(بازتاب نسبت به d_1)

در نتیجه مطابق شکل بالا، فاصلهٔ AA''' برابر با ۴ است.

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای یافتن نقطهٔ M که مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر باشد، بازتاب A نسبت به d را می‌یابیم (A'). A'B کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد، داریم:

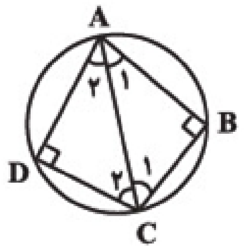


$$AMB\,(\text{کوتاه ترین مسیر}) = A'B = ۱۵ \text{ و } BH = ۲ + ۷ = ۹$$

$$A'\overset{\triangle}{B}H : A'H = \sqrt{۱۵^۲ - ۹^۲} = ۱۲ \text{ و } A = A'H = ۲$$

$$A\overset{\triangle}{B}K : AB^۲ = ۵^۲ + ۱۲^۲ = ۱۳^۲ \Rightarrow AB = ۱۳$$

۱۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در یک چهارضلعی محاطی، مجموع اندازه‌های هر دوزاویهٔ مقابل برابر ۱۸۰° است. بنابراین داریم:



$$\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{C} = ۲\hat{A}} ۳\hat{A} = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۱۲۰^\circ$$

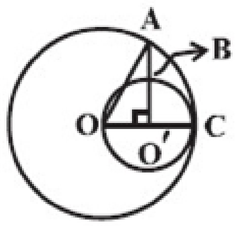
$$\left.\begin{array}{l} AB = AD \\ BC = CD \\ AC = AC \end{array}\right\} \Rightarrow A\overset{\triangle}{B}C \cong A\overset{\triangle}{D}C \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ = ۶۰^\circ \\ \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ = ۳۰^\circ \end{array}\right.$$

بنابراین زاویهٔ B در مثلث ABC، قائمه و AC قطر دایره است. در نتیجه داریم:

$$\hat{C}_۱ = ۶۰^\circ \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AC \Rightarrow ۳ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AC \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow ۲R = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow R = \sqrt{۳}$$

۱۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید شعاع دایره‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر را به‌ترتیب با R و R' نمایش دهیم. مطابق شکل داریم:



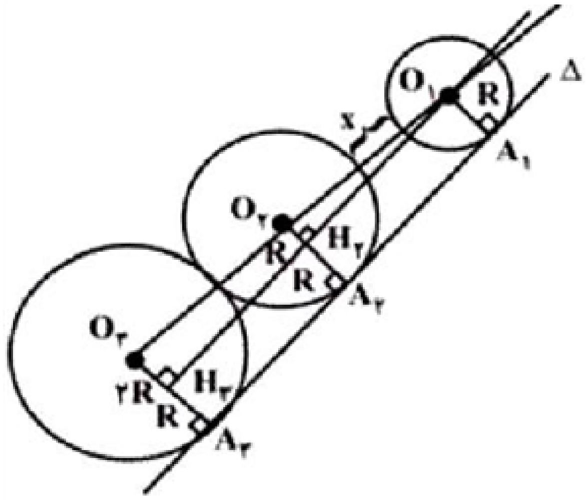
$$OC = ۲OO' \Rightarrow R = ۲R'$$

$$A\overset{\triangle}{O}O' : O'A^۲ = OA^۲ - OO'^۲$$

$$\Rightarrow (AB + R')^۲ = ۴R'^۲ - R'^۲ \Rightarrow (AB + R')^۲ = ۳R'^۲$$

$$\Rightarrow AB + R' = \sqrt{۳}R' \Rightarrow \left(\sqrt{۳} - ۱\right)R' = AB \Rightarrow \left(\sqrt{۳} - ۱\right)R' = \sqrt{۳} + ۱$$

$$\Rightarrow R' = \frac{\sqrt{۳} + ۱}{\sqrt{۳} - ۱} \times \frac{\sqrt{۳} + ۱}{\sqrt{۳} + ۱} = \frac{۴ + ۲\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow R = ۲R' = ۴ + ۲\sqrt{۳}$$



۱۵ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

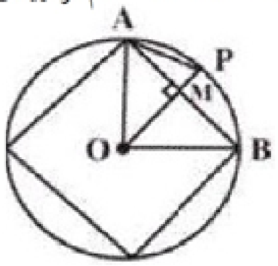
$$O_۲H_۲ \| O_۳H_۳$$

$$\Rightarrow \frac{O_۲H_۲}{O_۳H_۳} = \frac{O_۱O_۲}{O_۱O_۳}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{۲R} = \frac{R+x+۲R}{R+x+۴R+۳R}$$

$$\Rightarrow x = ۲R$$

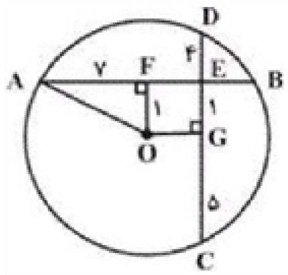
۱۶ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. از آن‌جا که $OA = OB$ می‌باشد پس مثلث OAB متساوی‌الساقین است و در نتیجه میانه‌ی OM ، ارتفاع و نیمساز نیز می‌باشد. پس با توجه به این‌که $A\hat{O}M = ۴۵^\circ$، مثلث OAM قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است.



$$A\hat{O}M = ۲OM^۲ = ۲AM^۲ = OA^۲ = ۱$$

$$\Rightarrow OM = AM = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow MP = ۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$P\overset{\triangle}{A}M : AP^۲ = AM^۲ + PM^۲ = \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ + \left(۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ = ۲ - \sqrt{۲} \Rightarrow AP = \sqrt{۲ - \sqrt{۲}}$$

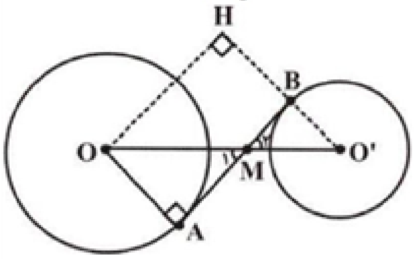


۱۷ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. از مرکز O به دو وتر AB و CD عمود کنیم تا آن‌ها را در نقاط F و G قطع کند.

$$AE \times EB = CE \times ED \Rightarrow ۱۲ \times EB = ۶ \times ۴ \Rightarrow EB = ۲$$

$$OA^۲ = ۷^۲ + ۱^۲ = ۵۰ \Rightarrow S = \pi R^۲ = \pi(OA)^۲ = ۵۰\pi$$

۱۸ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل براساس قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث OHO' نتیجه می‌شود که:



$$OO' = \sqrt{OH^{۲} + O'H^{۲}} = \sqrt{۳^{۲} + ۴^{۲}} = ۵$$

از طرفی چون $AB \| OH$ و $AO \| BH$ و $\widehat{B} = ۹۰^\circ$، پس چهارضلعی $OABH$ مستطیل است و در نتیجه $AB = OH = ۳$ و طبق فرض $AM = \frac{۱۵}{۸}$، پس: $BM = AB - AM = \frac{۹}{۸}$.

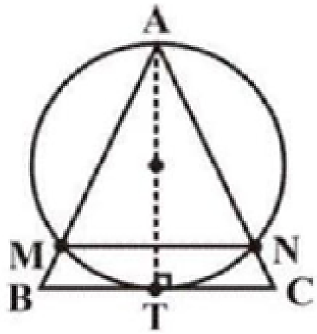
حال دو مثلث OAM و $O'BM$ را در نظر می‌گیریم که در آن‌ها $\widehat{A} = \widehat{B} = ۹۰^\circ$ و $\widehat{M}_۱ = \widehat{M}_۲$، پس دو مثلث متشابه‌اند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{O'B}{OA} = \frac{BM}{AM}$$

با اضافه کردن صورت کسرها به مخرج‌ها و با توجه به این‌که $O'B + OA = O'H = ۴$، نتیجه می‌شود:

$$\frac{O'B}{۴} = \frac{BM}{AB} \Rightarrow O'B = ۴ \times \frac{\frac{۹}{۸}}{۳} = \frac{۳}{۲}$$

۱۹ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$BT = \frac{BC}{۲} = ۵$$

$$AB^{۲} = AT^{۲} + BT^{۲} = ۱۰۰ + ۲۵ = ۱۲۵ \Rightarrow AB = ۵\sqrt{۵}$$

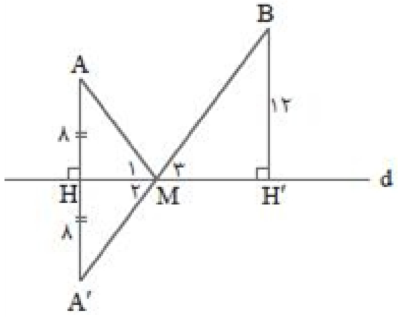
طبق روابط طولی در دایره:

$$BT^{۲} = BM \times BA \Rightarrow ۲۵ = BM \times ۵\sqrt{۵}$$

$$\Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{۱۰} = \frac{۴\sqrt{۵}}{۵\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow MN = ۸$$

۲۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن M باید ابتدا بازتاب A را نسبت به خط d پیدا کنیم و آن را A' بنامیم و از A' به B وصل کنیم. برخورد این خط با d همان نقطهٔ M است. در مثلث متساوی‌الساقین MAA'، MH ارتفاع است، بنابراین MH نیمساز است، داریم:



$$\begin{cases} M_1 = M_2 \\ M_1 = M_3 \end{cases} \Rightarrow M_2 = M_3$$

در نتیجه مثلث‌های MAH و MBH' متشابه هستند.

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_3 \,,\ \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \Rightarrow \frac{AH}{BH'} = \frac{HM}{H'M}$$

فرض کنیم $MH = x$، بنابراین: $H'M = 15 - x$.

$$\Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{x}{15 - x} \Rightarrow 10 - 8x = 12x \Rightarrow 20x = 120 \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow AM^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow AM = 10$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	۱	۲	**۳**	۴
۳	۱	**۲**	۳	۴
۴	۱	۲	۳	**۴**
۵	۱	۲	۳	**۴**
۶	۱	۲	**۳**	۴
۷	۱	**۲**	۳	۴
۸	**۱**	۲	۳	۴
۹	**۱**	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	**۳**	۴
۱۱	**۱**	۲	۳	۴
۱۲	۱	**۲**	۳	۴
۱۳	۱	**۲**	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	**۴**
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	۲	۳	**۴**
۱۷	**۱**	۲	۳	۴
۱۸	**۱**	۲	۳	۴
۱۹	**۱**	۲	۳	۴
۲۰	۱	**۲**	۳	۴